

Exercice 1 (10 pts)

On a le tableau statistique suivant:

x_i	0	1	3	4	6	7	8	9	10	11	12
n_i	1	1	1	2	2	2	2	2	4	1	2

- 1 Fausse.** La variable nombre de dents est une variable quantitative. **2pts**
- 2 Vraie.** Le mode du nombre de dents de lait apparentes dans l'échantillon est 10. (plus grand effectif) **2pts**
- 3 Fausse.** La valeur minimal du nombre de dents de lait apparentes dans l'échantillon est 0. **2pts**
- 4 Vraie.** En effet, **2pts**

$$\bar{X} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^4 n_i x_i = \frac{1}{20} (1 \times 0 + 1 \times 1 + \dots + 1 \times 11 + 2 \times 12) = 7,35$$

- 5 Fausse.** On a $N = 20 = 2 \times 10$. Alors $M_e = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{8+8}{2} = 8$. **2pts**

Exercice 2 (10 pts)

On a la série statistique à deux variables suivante:

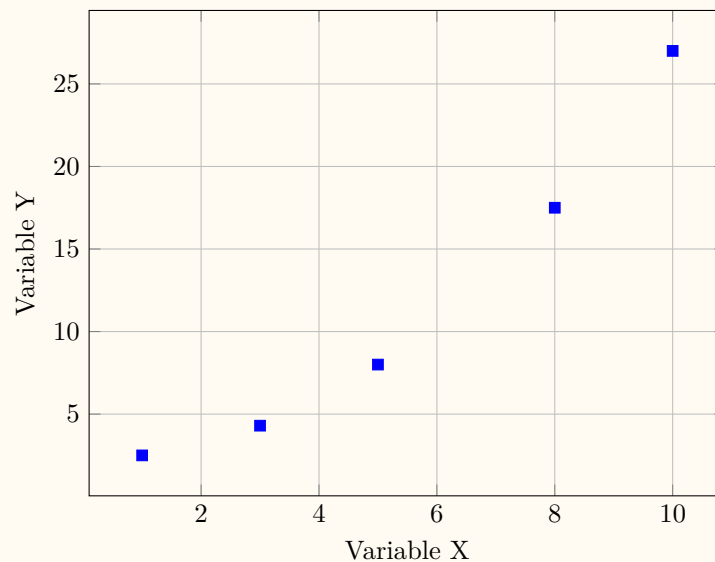
x_i	1	3	5	8	10
y_i	2,25	4,3	8	17,5	27

et

$$\sum_i x_i = 27 ; \sum_i y_i = 59,05 ; \sum_i x_i^2 = 199 ; \sum_i y_i^2 = 1122,8 ; \sum_i x_i y_i = 465,15.$$

- 1** La représentation graphique de cette série est un nuage de points (évident). **2,5pts**

Nuage de points



2 Calculons le coefficient de corrélation linéaire:

$$\bar{x} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i = \frac{1}{5} \times 27 = 5,4 \quad 0,5\text{pt}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 y_i = \frac{1}{5} \times 59,05 = 11,81 \quad 0,5\text{pt}$$

$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^5 x_i y_i - \bar{x} \bar{y} = \frac{1}{5} \times 465,15 - 5,4 \times 11,81 = 29,26 \quad 0,5\text{pt}$$

$$V(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^5 x_i^2 - \bar{x}^2 = \frac{1}{5} \times 199 - (5,4)^2 = 10,64 \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{V(x)} = \sqrt{10,64} = 3,26 \quad 0,5\text{pt}+0,5\text{pt}$$

$$V(y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^5 y_i^2 - \bar{y}^2 = \frac{1}{5} \times 1122,8 - (11,81)^2 = 85,32 \Rightarrow \sigma_y = \sqrt{V(y)} = \sqrt{85,32} = 9,23 \quad 0,5\text{pt}+0,5\text{pt}$$

$$\text{D'ou, } r = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \times \sigma_y} = \frac{29,26}{3,26 \times 9,23} = 0,97 \Rightarrow \text{corrélation forte positive.} \quad 0,5\text{pt}+0,5\text{pt}$$

3 L'équation de la droite de régression $y = ax + b$:

$$a = \frac{\text{cov}(x, y)}{V(x)} = \frac{29,26}{10,64} = 2,75 \quad 1\text{pt}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = 11,81 - 2,75 \times 5,4 = -3,04 \quad 1\text{pt}$$

Alors, l'équation de la droite de régression linéaire est donnée sous la forme: $y = 2,75x - 3,04$

4 Estimation du volume d'eau utilisé le 12^e jour de sécheresse:

On remplace $x = 12$ dans l'équation de la droite de régression, on obtient: $y = 2,75 \times 12 - 3,04 = 29,96\text{m}^3$ 1pt

Une séance de consultation des copies d'examen est programmée le 27/05/2024, Salle 1 Pavillon C à 13:00".